

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.19 Дифференциальные уравнения

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения

очная

Год набора

2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

канд. физ.-мат. наук, доцент, Черепанова О.Н.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

- ознакомить студентов с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений;
- подготовить студентов к самостоятельному изучению дополнительного материала;
- вооружить умением пользоваться теорией при решении практических задач;
- выработать у студентов навыки математического моделирования реальных явлений с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины “Дифференциальные уравнения” являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- достаточные условия существования и единственности решений задачи Коши;
- непрерывная зависимость решений от входных данных;
- свойства непродолжаемых решений;
- уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнения Лагранжа и Клеро;
- линейные уравнения с постоянными коэффициентами;
- линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля – Остроградского; фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения);
- методы исследования устойчивости решений и положений равновесия;
- краевые задачи, функция Грина;
- уравнения с частными производными первого порядка, первые интегралы.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Запланированные результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| <b>ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</b> |   |
| ОПК-1.7: Использует базовые   | Знать определения и теоремы теории обыкновенных   |

|  |   |
|--|---|
| <p>фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений и консультирует в данной предметной области</p> | <p>дифференциальных уравнений и систем<br/>         Применять методы для исследования конкретных задач для ОДУ<br/>         Методами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем</p> |
|--|---|

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

| Вид учебной работы                                | Всего,<br>зачетных<br>единиц<br>(акад.час) | Сем<br>естр |   |
|---|--|-------------|---|
|   |  | 1           | 2 |
| <b>Контактная работа с преподавателем:</b>        | <b>3,89 (140)</b>                          |             |   |
| занятия лекционного типа                          | 1,94 (70)                                  |             |   |
| практические занятия                              | 1,94 (70)                                  |             |   |
| <b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>        | <b>3,11 (112)</b>                          |             |   |
| курсовое проектирование (КП)                      | Нет  |             |   |
| курсовая работа (КР)                              | Нет  |             |   |
| <b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b> | <b>1 (36)</b>                              |             |   |

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

| №<br>п/п  |  | Модули, темы (разделы) дисциплины  |  | Контактная работа, ак. час. |                    |                                     |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|---|--|--|--|-----------------------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------|--------------------------------------|--------------------|----------------------------------|--------------------|
|   |  |  |  | Занятия лекционного типа    |                    | Занятия семинарского типа           |                    |                                      |                    | Самостоятельная работа, ак. час. |                    |
|   |  |  |  |                             |                    | Семинары и/или Практические занятия |                    | Лабораторные работы и/или Практикумы |                    |                                  |                    |
|   |  |  |  | Всего                       | В том числе в ЭИОС | Всего                               | В том числе в ЭИОС | Всего                                | В том числе в ЭИОС | Всего                            | В том числе в ЭИОС |
| <b>1. Основные понятия, определения и примеры</b> |  |  |  |                             |                    |                                     |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 1. Определения уравнений и систем ДУ. Порядок системы. Определение решения, общего решения.                  |  | 2                           |                    |                                     |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 2. Метод изоклин и метод ломаных Эйлера. Примеры.  |  | 2                           |                    |                                     |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 3. Задача Коши. Контрпримеры несуществования и неединственности решения, несуществования глобального решения |  | 2                           |                    |                                     |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 4. Векторные пространства и функции. Нормы, сходимость, непрерывность, дифференцируемость.                   |  | 2                           |                    |                                     |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 5. Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых.                                       |  |                             |                    | 2                                   |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 6. Уравнения с разделяющимися переменными.   |  |                             |                    | 2                                   |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 7. Геометрические и физические задачи, решаемые с помощью ОДУ.   |  |                             |                    | 2                                   |                    |                                      |                    |                                  |                    |
|   |  | 8. Однородные уравнения.   |  |                             |                    | 2                                   |                    |                                      |                    |                                  |                    |

|   |   |  |   |  |  |  |  |    |  |
|---|---|--|---|--|--|--|--|----|--|
| 9. Самостоятельная работа по модулю 1   |   |  |   |  |  |  |  | 15 |  |
| <b>2. Теоремы существования и единственности</b>  |   |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 1. Теорема Коши-Пикара о существовании глобального решения.   | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 2. Лемма о нерастягивающей ретракции  | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 3. Локальная теорема Коши-Пикара. Теорема существования и единственности для нормальных линейных систем                                     | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 4. Сведение уравнений n-го порядка к нормальной системе. Теорема существования и единственности для уравнений n-го порядка. часа аудиторных | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 5. Промежуточный контроль по разделам 1 и 2.  | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 6. Линейные уравнения первого порядка   |   |  | 4 |  |  |  |  |    |  |
| 7. Теоремы существования и единственности решения   |   |  | 2 |  |  |  |  |    |  |
| 8. Контрольная работа.  |   |  | 2 |  |  |  |  |    |  |
| 9. самостоятельная работа по модулю 2   |   |  |   |  |  |  |  | 12 |  |
| <b>3. Теоремы о свойствах решений</b>   |   |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 1. Непрерывная зависимость решений от входных данных. Редукция задач  | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 2. Лемма Гронуолла-Беллмана   | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 3. Теорема о непрерывной зависимости решений от начальных данных  | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 4. Существование и единственность непродолжаемых решений  | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |
| 5. Теорема о свойствах непродолжаемых решений. Теорема о свойствах непродолжаемых решений для автономных систем                             | 2 |  |   |  |  |  |  |    |  |

|  |   |  |   |  |  |  |    |  |
|--|---|--|---|--|--|--|----|--|
| 6. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.   |   |  | 4 |  |  |  |    |  |
| 7. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро.                |   |  | 4 |  |  |  |    |  |
| 8. Особое решение ОДУ.   |   |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 9. самостоятельная работа по модулю 3  |   |  |   |  |  |  | 25 |  |
| <b>4. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами</b>  |   |  |   |  |  |  |    |  |
| 1. Общее решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (простые корни) | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 2. Общее решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (кратные корни) | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 3. Выделение вещественных решений  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 4. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 5. Уравнения, допускающие понижение порядка  |   |  | 4 |  |  |  |    |  |
| 6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами   |   |  | 4 |  |  |  |    |  |
| 7. Контрольная работа  |   |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 8. самостоятельная работа по модулю 4  |   |  |   |  |  |  | 20 |  |
| <b>5. Системы линейных уравнений</b>   |   |  |   |  |  |  |    |  |
| 1. Метод исключения  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 2. Общее решение нормальной системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами                        | 2 |  |   |  |  |  |    |  |



|   |   |  |   |  |  |  |    |  |
|---|---|--|---|--|--|--|----|--|
| 3. Свойства решений линейных систем с переменными коэффициентами. Фундаментальные системы решений. Определитель Вронского   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 4. Устойчивость решений и положений равновесия. Определения и примеры.  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 5. Формула Лиувилля   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 6. Общее решение для неоднородных линейных систем. Метод вариации постоянных  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 7. Следствия для линейных уравнений n-го порядка  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 8. Понижение порядка линейных уравнений и систем  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 9. Промежуточный контроль по всем темам и задачам, входящим в модуль 5.   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 10. Линейные уравнения с переменными коэффициентами   |   |  | 6 |  |  |  |    |  |
| 11. Решение линейных однородных и неоднородных систем ОДУ с постоянными коэффициентами  |   |  | 8 |  |  |  |    |  |
| 12. Контрольная работа  |   |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 13. Самостоятельная работа по модулю 5  |   |  |   |  |  |  | 15 |  |
| <b>6. Устойчивость</b>  |   |  |   |  |  |  |    |  |
| 1. Теорема об устойчивости для линейных систем с постоянными коэффициентами   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 2. Производная в силу системы. Функция Ляпунова для линейных систем с постоянными коэффициентами  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 3. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости | 2 |  |   |  |  |  |    |  |

|   |    |  |    |  |  |  |     |  |
|---|----|--|----|--|--|--|-----|--|
| 4. Устойчивость   |    |  | 8  |  |  |  |     |  |
| 5. Самостоятельная работа по модулю 6   |    |  |    |  |  |  | 15  |  |
| <b>7. Автономные системы, краевые задачи, уравнения с частными производными первого порядка</b> |    |  |    |  |  |  |     |  |
| 1. Автономные системы. Три типа траекторий  | 2  |  |    |  |  |  |     |  |
| 2. Фазовый портрет линейной системы второго порядка   | 4  |  |    |  |  |  |     |  |
| 3. Краевые задачи. Функция Грина. Уравнения с частными производными первого порядка             | 4  |  |    |  |  |  |     |  |
| 4. Фазовая плоскость автономных систем. Особые точки.   |    |  | 4  |  |  |  |     |  |
| 5. Уравнения в частных производных первого порядка.   |    |  | 4  |  |  |  |     |  |
| 6. Самостоятельная работа по модулю 7   |    |  |    |  |  |  | 10  |  |
| 7. Контрольная работа   |    |  | 2  |  |  |  |     |  |
| Всего   | 70 |  | 70 |  |  |  | 112 |  |

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для государственных университетов(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
2. Родионов А. А., Франк А. М., Вайнштейн И. И., Лазарева Н. Н., Овчинникова Е. В., Полынцева С. В., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).
3. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [более 1400 задач с ответами](Москва: URSS).
4. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения(Москва: Лань).
5. Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для подгот. к экзамену [для студентов спец. 010501.65, 010500.62, 010101.65, 010100.62, 010300.62] (Красноярск: СФУ).
6. Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для самостоят. работы [для студентов спец. 010501.65, 010500.62, 010101.65, 010100.62, 010300.62] (Красноярск: СФУ).
7. Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В. Дифференциальные уравнения: учеб. - метод. пособие для самостоятельной работы (Красноярск: СФУ).

**4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Не предусмотрено

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Не предусмотрено

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

**6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий требуется учебная аудитория, оборудованная учебной мебелью, а также маркерной или меловой доской.